

中微第四次作业 答案详解版

说明：为避免题目中同一个字母 Q 同时表示厂商产量和市场产量，下面凡涉及单个厂商时记为 q ，市场总量记为 Q 。

第 1 题：完全竞争长期均衡、许可证与租金

解：单个企业长期总成本为

$$LTC(q) = 0.1q^3 - 1.2q^2 + 111q.$$

因此

$$LAC(q) = \frac{LTC(q)}{q} = 0.1q^2 - 1.2q + 111, \quad LMC(q) = \frac{dLTC}{dq} = 0.3q^2 - 2.4q + 111.$$

(1) 长期均衡产量

完全竞争、成本不变行业的长期均衡条件是：价格等于单个企业长期平均成本的最低点，即

$$P = \min_q LAC(q).$$

求 LAC 的最低点：

$$\frac{dLAC}{dq} = 0.2q - 1.2 = 0 \Rightarrow q^* = 6.$$

此时

$$P^* = LAC(6) = 0.1 \times 6^2 - 1.2 \times 6 + 111 = 3.6 - 7.2 + 111 = 107.4.$$

市场需求为

$$Q = 6000 - 20P.$$

代入 $P^* = 107.4$ ：

$$Q^* = 6000 - 20 \times 107.4 = 6000 - 2148 = 3852.$$

所以，行业长期均衡产量为

$$Q^* = 3852.$$

(2) 长期均衡企业数

长期均衡时每家企业产量为 $q^* = 6$ ，行业总产量为 $Q^* = 3852$ ，所以企业数为

$$n^* = \frac{Q^*}{q^*} = \frac{3852}{6} = 642.$$

因此，长期均衡企业数为

$$642 \text{ 家}.$$

(3) 企业数固定为 60 家时的新价格与许可证价格

政府把企业数固定为 60 家后，进入不再自由，许可证成为稀缺资源。许可证费用是固定成本性质，不影响企业的边际生产决策；企业在产品市场中仍竞争，所以经营产量满足

$$P = LMC(q).$$

市场总产量为 $Q = 60q$ ，市场需求反解为

$$P = 300 - \frac{Q}{20} = 300 - 3q.$$

令它等于边际成本：

$$300 - 3q = 0.3q^2 - 2.4q + 111.$$

整理：

$$0.3q^2 + 0.6q - 189 = 0 \iff q^2 + 2q - 630 = 0.$$

解得正根

$$q = -1 + \sqrt{631} \approx 24.1197.$$

于是新价格为

$$P = 300 - 3q = 300 - 3(\sqrt{631} - 1) = 303 - 3\sqrt{631} \approx 227.6409.$$

所以

$$\boxed{P \approx 227.64}.$$

许可证的竞争均衡价格等于企业获得许可证后每年的经济利润，也就是产品市场经营利润：

$$R = Pq, \quad LTC(q) = 0.1q^3 - 1.2q^2 + 111q.$$

因此许可证价格为

$$\pi = Pq - LTC(q).$$

将 $q = \sqrt{631} - 1$ 、 $P = 303 - 3\sqrt{631}$ 代入：

$$\pi = \frac{646\sqrt{631} - 5686}{5} \approx 2108.27.$$

所以，一份一年期许可证的竞争均衡价格为

$$\boxed{\pi \approx 2108.27}.$$

直观解释：企业数被限制为 60 家后，价格高于长期自由进入价格 107.4，由此产生的超额利润会被许可证竞价完全资本化。

第 2 题：短期均衡、长期均衡与进退经营

解：短期中有 200 个相同企业。单个厂商短期成本为

$$TC(q) = 0.2q^2 + q + 15.$$

于是短期边际成本为

$$MC(q) = 0.4q + 1.$$

市场需求为

$$Q_D = 2475 - 95P.$$

长期总成本为

$$LTC(q) = 0.1q^3 - 1.2q^2 + 11.1q.$$

(1) 短期均衡价格、产量及厂商利润

完全竞争短期均衡中，每个企业在 $P = MC$ 处供给：

$$P = 0.4q + 1 \quad \Rightarrow \quad q = \frac{P - 1}{0.4} = 2.5P - 2.5.$$

行业有 200 家企业，所以行业短期供给为

$$Q_S = 200q = 200(2.5P - 2.5) = 500P - 500.$$

令供给等于需求：

$$500P - 500 = 2475 - 95P.$$

所以

$$595P = 2975 \quad \Rightarrow \quad P = 5.$$

每家企业产量为

$$q = 2.5 \times 5 - 2.5 = 10.$$

行业总产量为

$$Q = 200 \times 10 = 2000.$$

单个企业利润为

$$\pi = Pq - TC(q) = 5 \times 10 - (0.2 \times 10^2 + 10 + 15).$$

计算得

$$\pi = 50 - (20 + 10 + 15) = 5.$$

所以短期均衡为

$$P = 5, \quad Q = 2000, \quad q_i = 10, \quad \pi_i = 5.$$

(2) 长期均衡价格与产量

长期完全竞争均衡价格等于长期平均成本的最低值。先求

$$LAC(q) = \frac{LTC(q)}{q} = 0.1q^2 - 1.2q + 11.1.$$

令导数为零：

$$\frac{dLAC}{dq} = 0.2q - 1.2 = 0 \Rightarrow q^* = 6.$$

长期均衡价格为

$$P^* = LAC(6) = 0.1 \times 36 - 1.2 \times 6 + 11.1 = 3.6 - 7.2 + 11.1 = 7.5.$$

市场长期均衡总产量由需求决定：

$$Q^* = 2475 - 95 \times 7.5 = 2475 - 712.5 = 1762.5.$$

因此

$$P^* = 7.5, \quad Q^* = 1762.5.$$

如果进一步计算长期均衡企业数：

$$n^* = \frac{1762.5}{6} = 293.75.$$

现实中企业数必须为整数，通常理解为约 294 家，或者说模型给出的连续企业数为 293.75。

(3) 是否会有厂商退出经营

短期均衡中每家企业利润为

$$\pi_i = 5 > 0.$$

正利润意味着该行业具有吸引力，不会导致厂商退出；相反，在长期中会有新厂商进入，直到价格被推到长期平均成本最低点 7.5，经济利润为零。

因此结论是：

不会有厂商退出；长期中应有厂商进入。

注意这里短期价格 5 低于长期均衡价格 7.5 并不矛盾，因为短期固定成本、短期成本曲线和长期成本曲线不同；判断进退的直接依据是短期利润为正还是负，以及长期自由进入后的零利润条件。

第 3 题：两部收费制、地区差别定价与统一价格

解：需求函数为

$$\text{苏州: } p_1 = a - Q_1, \quad \text{上海: } p_2 = b - Q_2, \quad C(Q) = cQ, \quad c < a < b.$$

其中 c 是常数边际成本。线性反需求 $p = \alpha - Q$ 下，当使用价格为 p 时，需求量为

$$Q = \alpha - p,$$

消费者剩余为需求曲线下方面积减支出：

$$CS(p) = \frac{1}{2}(\alpha - p)^2.$$

两部收费制的关键思想是：使用费 p 决定边际消费，初装费 A 用来攫取消费者剩余。

(1) 可以地区差别定价时的 A_1, A_2, p_1, p_2

若可以分别对两地设置两部收费，垄断者应把使用费设为边际成本：

$$p_1 = p_2 = c.$$

理由是固定费已经可以提取消费者剩余，因此使用费没有必要再扭曲消费数量。此时两地需求量为

$$Q_1 = a - c, \quad Q_2 = b - c.$$

初装费等于各地消费者剩余：

$$A_1 = \frac{1}{2}(a - c)^2, \quad A_2 = \frac{1}{2}(b - c)^2.$$

所以

$$p_1 = p_2 = c, A_1 = \frac{(a - c)^2}{2}, \quad A_2 = \frac{(b - c)^2}{2}.$$

这里虽然 $p_1 = p_2$ ，但由于上海需求截距 b 更高，所以它的消费者剩余更大，初装费也更高。

(2) 不能实施地区差别定价时的 A, p

若必须对两地使用同一套两部收费 (A, p) ，通常课堂模型默认两地都服务。为了让需求较低的苏州也愿意加入，固定费不能超过苏州消费者剩余：

$$A = \frac{1}{2}(a - p)^2.$$

企业利润为两地固定费收入加上通话利润：

$$\Pi(p) = 2A + (p - c)(Q_1 + Q_2).$$

其中

$$Q_1 = a - p, \quad Q_2 = b - p.$$

因此

$$\Pi(p) = (a - p)^2 + (p - c)(a + b - 2p).$$

对 p 求导：

$$\frac{d\Pi}{dp} = 2(p - a) + a + b + 2c - 4p = -2p - a + b + 2c.$$

令一阶条件为零：

$$-2p - a + b + 2c = 0 \quad \Rightarrow \quad p = c + \frac{b - a}{2}.$$

于是

$$A = \frac{1}{2} \left(a - c - \frac{b - a}{2} \right)^2 = \frac{1}{8} (3a - b - 2c)^2.$$

所以在“两地都服务”的常规答案下：

$$\boxed{p = c + \frac{b - a}{2}, \quad A = \frac{(3a - b - 2c)^2}{8}.}$$

并且两地数量为

$$Q_1 = a - p = \frac{3a - b - 2c}{2}, \quad Q_2 = b - p = \frac{a + b - 2c}{2}.$$

该解要求 $Q_1 > 0$ ，即

$$3a > b + 2c.$$

补充说明。如果题目允许企业故意排除低需求地区，企业还应比较“只服务上海”的利润。只服务上海时最优为

$$p = c, \quad A = \frac{1}{2}(b - c)^2.$$

若记 $x = a - c$ 、 $y = b - c$ ，服务两地利润为 $(5x^2 - 2xy + y^2)/4$ ，只服务上海利润为 $y^2/2$ 。服务两地更优当且仅当

$$5x^2 - 2xy - y^2 \geq 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{y}{x} \leq \sqrt{6} - 1.$$

多数中级微观作业若没有特别说明，采用上面“两地都服务”的答案即可。

(3) $A = 0$ 且可以地区价格歧视

当 $A = 0$ 时，企业只能通过通话价格获利。对每个地区分别设置垄断价格。对于需求 $p = \alpha - Q$ 、边际成本 c ，利润为

$$\pi = (p - c)Q = (p - c)(\alpha - p).$$

一阶条件为

$$\frac{d\pi}{dp} = \alpha + c - 2p = 0 \quad \Rightarrow \quad p = \frac{\alpha + c}{2}.$$

所以

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{a+c}{2}, & Q_1 &= a - p_1 = \frac{a-c}{2}, \\ p_2 &= \frac{b+c}{2}, & Q_2 &= b - p_2 = \frac{b-c}{2}. \end{aligned}$$

答案为

$$p_1 = \frac{a+c}{2}, Q_1 = \frac{a-c}{2}; \quad p_2 = \frac{b+c}{2}, Q_2 = \frac{b-c}{2}.$$

(4) $A = 0$ 且只能实施统一价格

若只能设置统一价格 p ，并且两地都被服务，则

$$Q_1 = a - p, \quad Q_2 = b - p, \quad Q = Q_1 + Q_2 = a + b - 2p.$$

利润为

$$\Pi(p) = (p - c)(a + b - 2p).$$

求导：

$$\frac{d\Pi}{dp} = a + b + 2c - 4p.$$

令其为零：

$$p = \frac{a + b + 2c}{4}.$$

于是两地数量为

$$Q_1 = a - p = \frac{3a - b - 2c}{4}, \quad Q_2 = b - p = \frac{3b - a - 2c}{4}.$$

所以在“两地都服务”时：

$$p = \frac{a + b + 2c}{4}, \quad Q_1 = \frac{3a - b - 2c}{4}, \quad Q_2 = \frac{3b - a - 2c}{4}.$$

该解要求 $Q_1 > 0$ ，即

$$3a > b + 2c.$$

若 b 相对 a 太大，统一价格可能会高到苏州需求为零，此时企业只服务上海，最优统一价格退化为上海市场的垄断价格：

$$p = \frac{b+c}{2}, \quad Q_1 = 0, \quad Q_2 = \frac{b-c}{2}.$$

第 4 题：垄断竞争长期均衡与相切条件

解：代表性厂商长期总成本为

$$LTC(Q) = 0.0025Q^3 - 0.5Q^2 + 384Q,$$

需求函数为

$$P = A - 0.1Q.$$

长期平均成本为

$$LAC(Q) = \frac{LTC(Q)}{Q} = 0.0025Q^2 - 0.5Q + 384.$$

垄断竞争长期均衡有两个条件：

1. 零经济利润：需求曲线与 LAC 相切，所以 $P = LAC$ ；
2. 相切：需求曲线斜率等于 LAC 曲线斜率。

先用相切条件求产量。需求曲线斜率为

$$\frac{dP}{dQ} = -0.1.$$

长期平均成本斜率为

$$\frac{dLAC}{dQ} = 0.005Q - 0.5.$$

相切意味着

$$0.005Q - 0.5 = -0.1.$$

所以

$$0.005Q = 0.4 \Rightarrow Q = 80.$$

均衡价格为

$$P = LAC(80) = 0.0025 \times 80^2 - 0.5 \times 80 + 384.$$

计算得

$$P = 16 - 40 + 384 = 360.$$

再由需求函数

$$P = A - 0.1Q$$

代入 $P = 360$ 、 $Q = 80$ ：

$$360 = A - 8 \Rightarrow A = 368.$$

所以代表性厂商的长期均衡为

$$Q^* = 80, \quad P^* = 360, \quad A = 368.$$

经济含义是：长期进入或退出改变集团内厂商数，从而改变代表性厂商需求曲线的位置参数 A ；长期均衡时需求曲线正好与 LAC 相切，企业经济利润为零。